



УДК 796.015:796.058.2

«Все модели ошибочны, но некоторые полезны»  
*Джордж Эдвард Пелхэм Бокс*

## На пути к математической теории спортивной тренировки. Часть 2. Математическое моделирование процессов адаптации при воздействии тренировочных нагрузок: подход Виктора Николаевича Селуянова

Е. А. Тимме<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Ассоциация компьютерных наук в спорте, Москва, Россия

<sup>2</sup>Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия

### Аннотация

**Актуальность.** Создание целостной математической теории спортивной тренировки остается актуальной задачей спортивной науки. Подход Виктора Николаевича Селуянова, основанный на компартиментальном моделировании, представляет собой уникальную попытку описания адаптационных процессов на всех уровнях организма — от клеточного до системного. Несмотря на прогностический потенциал, его комплексные модели не получили широкого распространения и требуют систематического анализа.

**Цель** систематизировать, восстановить и критически проанализировать иерархическую систему математических моделей краткосрочной и долгосрочной адаптации к тренировочным нагрузкам, разработанную В.Н. Селуяновым, оценив их внутреннюю согласованность, предсказательную способность и области применения.

**Методы.** Исследование основано на анализе и реконструкции математических моделей из работ В.Н. Селуянова. Восстановлены системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих краткосрочную адаптацию (биоэнергетика мышц, транспорт газов) и долгосрочную адаптацию (эндокринная, иммунная, мышечная, пищеварительная системы). Численное моделирование выполнено в среде MATLAB с использованием решателей для жестких систем.

**Результаты.** В работе систематизирована иерархия моделей Селуянова. Модель краткосрочной адаптации качественно воспроизводит ключевые физиологические реакции на нагрузку: динамику креатинфосфата и АТФ, накопление лактата, изменения сердечно-сосудистых и дыхательных показателей. Модель долгосрочной адаптации демонстрирует нелинейную динамику роста миофибрилл и митохондрий, а также влияние гормонального и иммунного статуса на структурные изменения. Показано, что режим нагрузки 70% от максимальной преимущественно стимулирует силовую, а не аэробную адаптацию.

**Заключение.** Теоретический подход В.Н. Селуянова представляет собой внутренне непротиворечивую математическую теорию адаптации в спорте, обладающую значительным прогностическим и образовательным потенциалом. Восстановленные модели позволяют перейти от эмпирического планирования тренировок к прогнозу на основе имитационного моделирования. Основные ограничения связаны с большим количеством эмпирических

коэффициентов, требующих индивидуальной калибровки, и рядом упрощающих допущений. Тем не менее, данный подход сохраняет актуальность для разработки персонализированных тренировочных программ и систем поддержки принятия решений в спорте высших достижений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, спортивная тренировка, адаптация, компартментальные модели, дифференциальные уравнения, биоэнергетика мышц, долговременная адаптация, миофибриллы, митохондрии, имитационное моделирование

---

“All models are wrong, but some are useful”  
*George Edward Pelham Box*

## Towards a mathematical theory of athletic training. Part 2. Mathematical modeling of adaptation processes under the influence of training loads: the approach of Viktor Nikolaevich Seluyanov

Е. А. Timme<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Russian Association of Computer Science in Sport, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

### Abstract

**Relevance.** The development of a comprehensive mathematical theory of athletic training continues to be a significant challenge in the field of sports science. Viktor Nikolaevich Seluyanov's approach, based on compartment modeling, is a unique attempt to understand adaptation processes at all levels of the body, from cellular to systemic. Despite the potential for prediction, his models have not been widely adopted and require further analysis.

**The objectives** are to systematize, reconstruct, and critically analyze the hierarchical system of mathematical models for short-term and long-term adaptation to training loads, developed by V.N. Seluyanov, and to assess their internal consistency, predictive power, and applicability.

**Methods.** The study is based on the analysis and reconstruction of mathematical models derived from Seluyanov's work. Systems of ordinary differential equations that describe short-term and long-term adaptations, such as muscle bioenergetics and gas transport, as well as endocrine, immune, and digestive systems, have been reconstructed. Numerical modeling was performed using MATLAB and solvers for stiff systems.

**Results.** The hierarchy of Seluyanov's models has been organized. The short-term adaptation model accurately reproduces key physiological responses to exercise, such as the dynamics of creatine phosphate and ATP levels, lactate accumulation, and changes in cardiovascular and respiratory parameters. The long-term adaptation model shows the nonlinear dynamics of muscle fiber and mitochondrial growth, as well as how hormonal and immune status influence structural changes. It is shown that training at 70% of maximum capacity primarily stimulates muscle strength rather than aerobic fitness.

**Conclusions.** The theoretical approach of V.N. Seluyanov represents an internally consistent mathematical theory of adaptation in sports, with significant predictive and educational potential. Reconstructed models enable a transition from empirical training planning to forecasting through simulation modeling. However, there are several limitations, such as the large number of empirical coefficients that require individual calibration, and a number of simplified assumptions. Despite these limitations, this approach continues to be relevant for the development of personalized training programs and decision support systems in elite sports.

**Keywords:** mathematical modeling, athletic training, adaptation, compartmental models, differential equations, muscle bioenergetics, long-term adaptation, myofibrils, mitochondria, simulation modeling

## Введение

Представленная работа в некотором смысле является продолжением статьи [1]. Данный цикл статей задумывался как обзор результатов исследований отечественных и зарубежных ученых, работы которых были посвящены математическим подходам к описанию, моделированию и оптимизации спортивной тренировки.

Основное внимание в этом цикле статей предполагается уделить трудам ученых, работы которых труднодоступны, не оцифрованы, хранятся в одном экземпляре в единственном месте и давно стали библиографической редкостью, и их невозможно найти ни в одной библиотеке. В то же время, идеи, высказанные этими учеными и предложенные ими подходы представляют несомненный интерес для современных исследователей. Разработанные ими методы и подходы при некоторой доработке вполне могли бы использоваться и сегодня, стать основой систем поддержки принятия решений и с успехом применяться в практике спортивной подготовки.

Одним из таких ученых был профессор Виктор Николаевич Селуянов (21.06.1946 – 16.07.2017) (рис. 1). В 1970 году он окончил Государственный центральный ордена Ленина институт физической культуры (ГЦОЛИФК), работал заведующим лабораторией фундаментальных проблем теории физической и технической подготовки спортсменов высшей квалификации Российской государственной академии физической культуры (РГАФК) (в настоящее время – Российский университет спорта «ГЦОЛИФК»). В 1979 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата биологических наук. В.Н. Селуянов создал новое направление в теории и методике спорта — *спортивную адаптологию* [2]. С 2009 года по 2017 год руководил научной лабораторией спортивной адаптологии Московского физико-технического института (МФТИ). Подготовленная им диссертация на соискание ученой степени доктора биологических наук [3, 4], защита которой состоялась 2 февраля 1993 года в РГАФК, так и не была формально утверждена и принята научным сообществом – слишком новаторским тогда казался его подход.

Работы Виктора Николаевича Селуянова, посвященные развитию математической теории адаптации и впоследствии положенные в фундамент новой научной дисциплины – спортивной адаптологии, представляют собой попытку построения целостной математической теории адаптации организма человека к физическим нагрузкам посредством описания физиологических систем дифференциальными уравнениями. В отличие от эмпирических методов, которые идут от анализа экспериментальных данных, его теоретический подход основан на явном математическом описании процессов на различных иерархических уров-

нях организации живой системы – от биохимического и клеточного до уровня отдельных физиологических систем и целостного организма. Данный подход был последовательно сформирован и описан в его докторской диссертации [3], а также изложен в его работах [5, 6]. С этими материалами можно ознакомиться только в Центральной отраслевой библиотеке по физической культуре и спорту, расположенной в Российском университете спорта (ГЦОЛИФК), находящемся по адресу: Москва, Сиреневый бульвар д. 4 [7]. Некоторые материалы можно найти в ее электронном каталоге [8], но для доступа к полным текстам необходимо приехать в библиотеку.



Рис. 1: Профессор Виктор Николаевич Селуянов [9]

Fig. 1: Professor Viktor Nikolaevich Seluyanov

Автору данной статьи посчастливилось в начале 2000-х годов присутствовать на выступлении В.Н. Селуянова на ежегодной итоговой научной конференции профессорско-преподавательского состава ГЦОЛИФК, слушать его доклад, посвященный изложению данной теории, и обсуждать с ним детали структуры и содержания разработанных им математических моделей. Уже гораздо позднее, в результате размышлений о правомерности и ограничениях разработанного им подхода, родилась идея самостоятельно реконструировать эти модели и произвести численные расчеты по предложенным им уравнениям, проанализировать полученные результаты.

Теоретический подход Селуянова относится к так называемому компартментальному (камерному) моделированию физиологических систем, где организм представляется совокупностью взаимосвязанных блоков определенных объемов (компарментов), обменивающихся потоками веществ и сигналов. Данный формализм, активно развивавшийся в теоретической биологии и физиологии в 1960-70-х годах, позволяет перейти от качественных описаний и концептуальных схем к строгим количественным кинетическим уравнениям. Зная уравнения, количественно описывающие законы функционирования биологической системы, задав значения параметров и начальные условия, можно численно найти решения этих уравнений и оценить динамику развития системы в заданном промежутке времени.

Среди отечественных ученых, внесших значительный вклад в моделирование биологических систем, в том числе компартментальное моделирование, необходимо отметить работы академика Гурия Ивановича Марчука [10], создавшего научную школу математической иммунологии, и доктора технических наук Василия Николаевича Новосельцева, заложившего основы математического моделирования гомеостатических систем и регуляторных контуров в организме человека [11, 12].

В этом ключе построение В.Н. Селуяновым моделей краткосрочной и долгосрочной адаптации организма при воздействии физической тренировки — от биохимических реакций в миоците до регуляции эндокринной и иммунной систем — представляет собой последовательное применение принципов компартментального моделирования к конкретным задачам теории спорта.

Цель работы — систематизировать математические модели адаптации, предложенные В.Н. Селуяновым, проверить их внутреннюю согласованность, произвести численные расчеты, визуализировать динамику процессов и дать качественную оценку их предсказательной способности и ограничений моделей в контексте современной теории спортивной тренировки.

## Методы

Методы исследования включали анализ, реконструкцию и систематизацию математических моделей из работ В.Н. Селуянова, прежде всего его докторской диссертации [3, 4] и учебных пособий [5, 6]. Была реконструирована иерархия уравнений кратковременной адаптации по основным уровням: 1) мышечное волокно (биоэнергетика), 2) сердечно-сосудистая и дыхательная системы (транспорт), 3) системы долговременной адаптации (эндокринная, иммунная, мышечная), 4) интегральная (сводная) модель организма и долговременной адаптации по четырем функциональным системам: 1) мышечной, 2) эндокринной, 3) иммунной, 4) пищеварительной. Для моделей, описанных качественно или с неполным набором коэффициентов, проводилась параметризация методом квазистационарного приближения на основе известных физиологических данных и качественных описаний из оригинальных работ. Полученные системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) решались численно в среде MATLAB R2024a с использованием стандартных решателей (таких как `ode15s`). Для оценки соответствия моделей известным качественным закономерностям адаптации осуществлялась визуализация динамики переменных, полученных в результате численного решения.

## Математическая модель краткосрочной адаптации

Данный блок моделей, включающий математическую модель мышцы, модели сердечно-сосудистой и дыхательной систем, является развитием и формализацией идей, представленных В.Н. Селуяновым в первой части его докторской диссертации [3, 4].

При построении математической модели краткосрочной адаптации мышцы к физической нагрузке была использована система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которая основана на принципах компартментального моделирования, где мышечное волокно рассматривается как гомогенный реактор, а обмен метаболитами с кровью описывается уравнениями диффузии (рис. 2).



Допущения модели были выбраны на основе современных физиологических представлений: 1) мышечное волокно рассматривается как единый биохимический реактор с равномерным распределением метаболитов; 2) транспорт веществ между волокном и кровью лимитируется диффузией через сарколемму и стенки капилляров; 3) кинетика ферментативных реакций описывается уравнениями Михаэлиса-Ментен с модификациями, учитывающими аллостерическую регуляцию продуктами реакции; 4) система буферов крови моделируется через динамику ионов водорода; 5) энергопотребление неактивных тканей и работа дыхательных мышц учитываются через постоянные внешние потоки; 6) мышечная ткань рассматривается как однородный компартмент с мгновенным перемешиванием метаболитов; 7) пренебрежение пространственной неоднородностью распределения веществ; 8) внешние потоки глюкозы и жирных кислот принимаются постоянными; 9) влияние температурных эффектов и гормональной регуляции не учитывается; 10) кислородный долг и восстановительные процессы описываются упрощенными кинетическими зависимостями; 11) нервные факторы регуляции метаболизма исключены из рассмотрения.

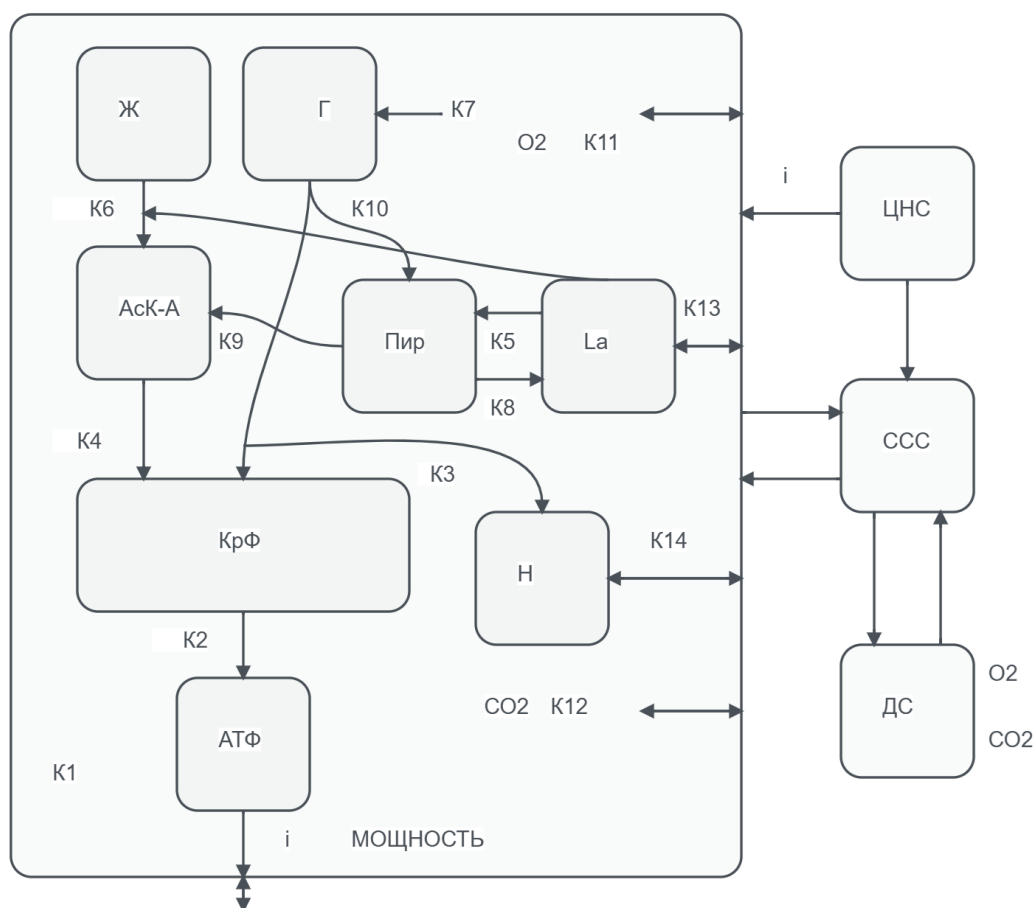


Рис. 2: Блок-схема модели, имитирующей процессы краткосрочной адаптации. Обозначения: Ж – жир, Г – гликоген, АсК-А – ацетилкоэнзим-А, Пир – пируват, Ла – лактат, Н – ионы водорода, O<sub>2</sub> – кислород, CO<sub>2</sub> – углекислый газ, ЦНС – центральная нервная система, CCC – сердечно-сосудистая система, ДС – дыхательная система [3]

Fig. 2: A flowchart of a model that simulates the processes of short-term adaptation. Designations: W – fat, G – glycogen, AsC-A – acetyl coenzyme-A, Pyr – pyruvate, La – lactate, H – hydrogen ions, O<sub>2</sub> – oxygen, CO<sub>2</sub> – carbon dioxide, CNS – central nervous system, CCC – cardiovascular system, DS – respiratory system

## Математическая модель мышцы

$$\frac{dATP}{dt} = K_2 - K_1 \quad (1)$$

$$\frac{dCrP}{dt} = K_3 + K_4 - K_2 \quad (2)$$

$$\frac{dGl}{dt} = K_7 + K_{16} - K_{10} \quad (3)$$

$$\frac{dAcoA}{dt} = K_9 + K_6 - K_4 \quad (4)$$

$$\frac{dFat}{dt} = K_{15} - K_6 \quad (5)$$

$$\frac{dPir}{dt} = K_5 + K_{10} - K_9 - K_8 \quad (6)$$

$$\frac{dLa}{dt} = K_8 + K_{13} - K_5 - K_7 \quad (7)$$

$$\frac{dH}{dt} = K_3 + K_{14} - K_4 \quad (8)$$

$$\frac{dO_2}{dt} = K_{11} - K_4 \quad (9)$$

$$\frac{dCO_2}{dt} = K_4 + K_{12} \quad (10)$$

## Уравнения скоростей биохимических реакций

$$K_1 = c_1 \cdot i \cdot \frac{1}{1 + H} \cdot \frac{ATP}{ATP_{max}} \quad (11)$$

$$K_2 = c_2 \cdot \frac{CrP}{CrP_{max}} \cdot \left(1 - \frac{ATP}{ATP_{max}}\right) \quad (12)$$

$$K_3 = c_3 \cdot \left(1 - \frac{La}{La_{max}}\right) \cdot \left(1 - \frac{CrP}{CrP_{max}}\right) \cdot \left(1 - \frac{Pir}{Pir_{max}}\right) \cdot \frac{Gl}{Gl_{max}} \quad (13)$$

$$K_4 = c_4 \cdot \left(1 - \frac{CrP}{CrP_{max}}\right) \cdot \frac{AcoA}{AcoA_{max}} \cdot \frac{O_2}{O_{2_{max}}} \quad (14)$$

$$K_5 = c_5 \cdot \left(1 - \frac{Pir}{Pir_{max}}\right) \cdot \frac{La}{La_{max}} \quad (15)$$

$$K_6 = c_6 \cdot \left(1 - \frac{La}{La_{max}}\right) \cdot \left(1 - \frac{AcoA}{AcoA_{max}}\right) \cdot \frac{Fat}{Fat_{max}} \quad (16)$$

$$K_7 = c_7 \cdot \frac{CrP}{CrP_{max}} \cdot \frac{La}{La_{max}} \cdot \left(1 - \frac{Gl}{Gl_{max}}\right) \quad (17)$$

$$K_8 = c_8 \cdot \frac{Pir}{Pir_{max}} \cdot \left(1 - \frac{La}{La_{max}}\right) \quad (18)$$

$$K_9 = c_9 \cdot \frac{Pir}{Pir_{max}} \cdot \left(1 - \frac{AcoA}{AcoA_{max}}\right) \quad (19)$$

$$K_{10} = c_{10} \cdot K_3 \quad (20)$$

## Уравнения обмена веществами мышцы с кровью

$$K_{11} = c_{11} \cdot (O_{2a} - O_{2mf}) \quad (21)$$

$$K_{12} = c_{12} \cdot (CO_{2a} - CO_{2mf}) \quad (22)$$

$$K_{13} = c_{13} \cdot (La_a - La_{mf}) \quad (23)$$

$$K_{14} = c_{13} \cdot (H_a - H_{mf}) \quad (24)$$

### Переменные состояния:

*ATP* – концентрация аденозинтрифосфата [мМ];

*CrP* – концентрация креатинфосфата [мМ];

*Gl* – концентрация гликогена [мМ];

*AcoA* – концентрация ацетил-коэнзима А [мМ];

*Fat* – концентрация жиров [мМ];

*Pir* – концентрация пирувата [мМ];

*La* – концентрация лактата [мМ];

*H* – концентрация ионов водорода [мМ];

*O<sub>2</sub>* – концентрация кислорода [мМ];

*CO<sub>2</sub>* – концентрация углекислого газа [мМ].

### Скорости биохимических процессов:

*K<sub>1</sub>* – скорость расхода АТФ [мМ/с];

*K<sub>2</sub>* – скорость ресинтеза АТФ из КрФ [мМ/с];

*K<sub>3</sub>* – скорость ресинтеза КрФ в ходе гликолиза [мМ/с];

*K<sub>4</sub>* – скорость ресинтеза КрФ в ходе окислительного фосфорилирования [мМ/с];

*K<sub>5</sub>* – скорость образования пирувата из лактата [мМ/с];

*K<sub>6</sub>* – скорость образования ацетил-коэнзима А из жиров [мМ/с];

*K<sub>7</sub>* – скорость синтеза гликогена [мМ/с];

*K<sub>8</sub>* – скорость образования лактата из пирувата [мМ/с];

*K<sub>9</sub>* – скорость превращения пирувата в ацетил-коэнзим А [мМ/с];

*K<sub>10</sub>* – скорость образования пирувата из гликогена [мМ/с];

*K<sub>11</sub>* – скорость диффузии кислорода [мМ/с];

*K<sub>12</sub>* – скорость диффузии углекислого газа [мМ/с];

*K<sub>13</sub>* – скорость диффузии лактата [мМ/с];

*K<sub>14</sub>* – скорость диффузии ионов водорода [мМ/с];

*K<sub>15</sub>* – скорость поступления жиров [мМ/с];

*K<sub>16</sub>* – скорость поступления гликогена [мМ/с].

### Кинетические константы:

*c<sub>1</sub>* – максимальная скорость расхода АТФ [мМ/с];

*c<sub>2</sub>* – максимальная скорость ресинтеза АТФ из КрФ [мМ/с];

*c<sub>3</sub>* – максимальная скорость гликолиза [мМ/с];

*c<sub>4</sub>* – максимальная скорость окислительного фосфорилирования [мМ/с];

*c<sub>5</sub>* – максимальная скорость превращения лактата в пируват (ЛДГ-Н активность) [мМ/с];

*c<sub>6</sub>* – максимальная скорость образования ацетил-коэнзима А из жиров [мМ/с];

*c<sub>7</sub>* – максимальная скорость синтеза гликогена [мМ/с];

*c<sub>8</sub>* – максимальная скорость превращения пирувата в лактат (ЛДГ-М активность) [мМ/с];



$c_9$  – максимальная скорость образования ацетил-коэнзима А из пирувата [мМ/с];

$c_{10}$  – коэффициент пропорциональности между гликолизом и образованием пирувата.

#### Максимальные концентрации:

$ATP_{max}$  – максимальная концентрация АТФ [мМ];

$CrP_{max}$  – максимальная концентрация КрФ [мМ];

$La_{max}$  – максимальная концентрация лактата [мМ];

$Pir_{max}$  – максимальная концентрация пирувата [мМ];

$Gl_{max}$  – максимальная концентрация гликогена [мМ];

$AcoA_{max}$  – максимальная концентрация ацетил-коэнзима А [мМ];

$Fat_{max}$  – максимальная концентрация жиров [мМ];

$O_{2max}$  – максимальная концентрация кислорода [мМ].

#### Параметры активации и кислотности:

$i$  – интенсивность активации мышечного волокна (0 – покой, 1 – максимальная активация);

$H$  – концентрация ионов водорода [мМ], показатель кислотности (рН);

#### Параметры обмена:

$c_{11}$  – коэффициент диффузии кислорода [1/с];

$c_{12}$  – коэффициент диффузии углекислого газа [1/с];

$c_{13}$  – коэффициент диффузии лактата и ионов водорода [1/с];

$O_{2a}$  – концентрация кислорода в артериальной крови [мМ];

$O_{2mf}$  – концентрация кислорода в мышечном волокне [мМ];

$CO_{2a}$  – концентрация углекислого газа в артериальной крови [мМ];

$CO_{2mf}$  – концентрация углекислого газа в мышечном волокне [мМ];

$La_a$  – концентрация лактата в артериальной крови [мМ];

$La_{mf}$  – концентрация лактата в мышечном волокне [мМ];

$H_a$  – концентрация ионов водорода в артериальной крови [мМ];

$H_{mf}$  – концентрация ионов водорода в мышечном волокне [мМ].

Описанная модель во многом согласуется с моделями Margaria [13], Morton [14, 15] и Уткина [16], которые построили идейно схожие математические модели.

## Модели сердечно-сосудистой и дыхательной систем

$$\frac{dO_2^r}{dt} = \text{МОК} \cdot (O_2^n - O_2^r) - \sum K_{11} - K_{15} \quad (25)$$

$$\frac{dO_2^n}{dt} = \text{МОД} \cdot (20,0 - O_2^n) + \text{МОК} \cdot (O_2^r - O_2^n) \quad (26)$$

$$\frac{dCO_2^r}{dt} = \sum K_{12} + \text{МОК} \cdot (CO_2^n - CO_2^r) + K_{16} \quad (27)$$

$$\frac{dCO_2^n}{dt} = \text{МОК} \cdot (CO_2^r - CO_2^n) + \text{МОД} \cdot (0,03 - CO_2^n) \quad (28)$$

$$\frac{dLa^r}{dt} = \sum K_{13} + K_{17} - K_{18} \quad (29)$$

$$\frac{dH^r}{dt} = \sum K_{14} - K_{19} - K_{20} \quad (30)$$

$$K_{15} = O_2^R + O_2^B + O_2^C \quad (31)$$

$$O_2^B = c_1 \cdot \text{МОД}^3 \quad (32)$$

$$O_2^C = c_3 \cdot \text{МОК} \quad (33)$$

$$\text{МОД} = c_2 \cdot \left(1 - \frac{O_2^T}{O_2^{T \max}}\right) \cdot \frac{H}{H_{\max}} \quad (34)$$

$$\text{МОК} = c_4 \cdot \left(1 - \frac{O_2^T}{O_2^{T \max}}\right) \cdot \frac{H}{H_{\max}} \quad (35)$$

$$K_{16} = K_{15} + c_5 \cdot \frac{H}{H_{\max}} \quad (36)$$

$$K_{18} = K_{15} \cdot La \quad (37)$$

$$K_{19} = c_6 \cdot c_5 \cdot \frac{H}{H_{\max}} \quad (38)$$

$$K_{20} = c_7 \cdot K_{15} \quad (39)$$

### Переменные и параметры:

$O_2^T$  – парциальное давление кислорода в тканях тела (мм рт. ст.);

$O_2^L$  – парциальное давление кислорода в легких (мм рт. ст.);

$CO_2^T$  – парциальное давление углекислого газа в тканях тела (мм рт. ст.);

$CO_2^L$  – парциальное давление углекислого газа в легких (мм рт. ст.);

$La^T$  – концентрация лактата в тканях тела (ммоль/л);

$H^T$  – концентрация ионов водорода в тканях тела (ммоль/л);

$La$  – концентрация лактата в крови (ммоль/л);

$H$  – концентрация ионов водорода в крови (ммоль/л);

МОД – минутный объем дыхания (легочная вентиляция, л/мин);

МОК – минутный объем кровообращения (л/мин);

$\sum K_{11}$  – суммарная скорость потребления кислорода всеми мышечными волокнами (мм рт. ст./мин);

$\sum K_{12}$  – суммарная скорость выхода  $CO_2$  из всех мышечных волокон (мм рт. ст./мин);

$\sum K_{13}$  – суммарная скорость обмена лактата между мышечными волокнами и кровью (ммоль/л·мин);

$\sum K_{14}$  – суммарная скорость обмена ионами водорода между мышечными волокнами и кровью (ммоль/л·мин);

$K_{15}$  – общее потребление кислорода неактивными тканями и мышцами;

$K_{16}$  – скорость образования  $CO_2$  при работе сердца, дыхательных мышц и буферизации;

$K_{17}$  – скорость образования лактата в кишечнике (ммоль/л·мин);

$K_{18}$  – скорость потребления лактата миокардом и дыхательными мышцами (ммоль/л·мин);

$K_{19}$  – скорость элиминации ионов  $H^+$  при буферизации (ммоль/л·мин);

$K_{20}$  – скорость поглощения ионов  $H^+$  при аэробном метаболизме (ммоль/л·мин);

$O_2^R$  – потребление кислорода неактивными тканями (мм рт. ст./мин);

$O_2^B$  – потребление кислорода дыхательными мышцами (мм рт. ст./мин);

$O_2^C$  – потребление кислорода, пропорциональное МОК (мм рт. ст./мин);

$O_2^{\text{т max}}$  – максимальное парциальное давление кислорода в тканях (мм рт. ст.);

$H^{\text{max}}$  – максимальная концентрация ионов водорода (ммоль/л);

$c_1 - c_7$  – эмпирические коэффициенты модели.

Поскольку в оригинальных уравнениях В.Н. Селуянова в его работах явно не определена частота сердечных сокращений (ЧСС) и ударный объем (УО), примем следующие допущения по виду уравнений этих параметров:

$$\text{МОК} = \text{ЧСС} \cdot \text{УО} \quad (39a)$$

$$\text{ЧСС} = \text{ЧСС}_{\text{покой}} + (\text{ЧСС}_{\text{макс}} - \text{ЧСС}_{\text{покой}}) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{ЧСС}}}\right)\right) \quad (39b)$$

$$\text{УО} = \text{УО}_{\text{покой}} + (\text{УО}_{\text{макс}} - \text{УО}_{\text{покой}}) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{УО}}}\right)\right) \quad (39c)$$

### Переменные и параметры уравнений (39a)-(39c):

ЧСС – частота сердечных сокращений (уд/мин);

УО – ударный объем (л/уд);

$\text{ЧСС}_{\text{покой}}$  – ЧСС в состоянии покоя (уд/мин);

$\text{ЧСС}_{\text{макс}}$  – максимальная ЧСС при нагрузке (уд/мин);

$\tau_{\text{ЧСС}}$  – постоянная времени для динамики ЧСС (с);

$\text{УО}_{\text{покой}}$  – ударный объем в покое (л/уд);

$\text{УО}_{\text{макс}}$  – максимальный ударный объем при нагрузке (л/уд);

$\tau_{\text{УО}}$  – постоянная времени для динамики ударного объема (с).

Эти уравнения описывают динамику сердечно-сосудистой системы в ответ на нагрузку. Уравнение (39a) связывает минутный объем кровообращения (МОК) с ЧСС и ударным объемом (УО) по классической формуле. Уравнения (39b) и (39c) моделируют экспоненциальное нарастание ЧСС и ударного объема от покоя до максимальных значений при нагрузке, что соответствует физиологическим представлениям.

### Пояснения к модели:

1. Уравнения (25) и (26) описывают транспорт кислорода между легкими и тканями.
2. Уравнения (27) и (28) описывают транспорт углекислого газа.
3. Уравнение (29) описывает динамику лактата в тканях.
4. Уравнение (30) описывает динамику ионов водорода.
5. МОД и МОК регулируются концентрацией кислорода и ионов водорода (уравнения 34 и 35).
6. Модель учитывает буферные системы крови и метаболизм лактата.

## Оценка коэффициентов и параметров модели

Определение коэффициентов и параметров модели основывалось на литературных данных биохимии мышечного сокращения. Концентрация АТФ в покое принята 8 мМ, соотношение КрФ/АТФ – 5:1, что соответствует состоянию покоя. Максимальный уровень лактата (30 мМ) определен по исследованиям максимальной анаэробной мощности. Кинетические константы ферментативных реакций оценены по скоростям метаболических

путей: гликолиз — 0,5–2,0 мМ/с, окислительное фосфорилирование — 0,3–0,5 мМ/с. Коэффициенты диффузии рассчитаны из времен полуобмена метаболитов между мышцей и кровью (2–5 с для лактата и кислорода).

Численные значения параметров модели подбирались на основе физиологических данных для состояния покоя и нагрузки умеренной интенсивности. Максимальные концентрации метаболитов заданы следующими значениями:  $ATP_{\max} = 8,0$  мМ,  $CrP_{\max} = 40,0$  мМ,  $La_{\max} = 30,0$  мМ,  $Pir_{\max} = 0,5$  мМ,  $Gl_{\max} = 100,0$  мМ,  $AcoA_{\max} = 0,1$  мМ,  $Fat_{\max} = 0,5$  мМ,  $O_{2,\max} = 0,01$  мМ.

Артериальные концентрации:  $O_{2a} = 0,01$  мМ,  $CO_{2a} = 1,0$  мМ,  $La_a = 1,0$  мМ,  $H_a = 4,0 \times 10^{-5}$  мМ.

Внешние потоки:  $K_{15} = 0,01$  мМ/с,  $K_{16} = 0,01$  мМ/с.

Кинетические константы метаболических потоков:  $c_1 = 5,0$ ,  $c_2 = 10,0$ ,  $c_3 = 0,5$ ,  $c_4 = 0,3$ ,  $c_5 = 0,1$ ,  $c_6 = 0,05$ ,  $c_7 = 0,02$ ,  $c_8 = 0,25$ ,  $c_9 = 0,1$ ,  $c_{10} = 1,0$  (все в мМ/с).

Коэффициенты диффузии между мышцей и кровью:  $c_{11} = 0,3$ ,  $c_{12} = 0,2$ ,  $c_{13} = 0,1$  (все в 1/с).

Параметры сердечно-сосудистой системы: ЧСС в покое 60 уд/мин, при нагрузке 120 уд/мин, постоянные времена  $\tau_{HR \text{ rise}} = 45$  с,  $\tau_{HR \text{ fall}} = 90$  с; потребление кислорода  $VO_{2,\text{rest}} = 0,25$  л/мин,  $VO_{2,\text{max load}} = 1,2$  л/мин,  $\tau_{VO_2 \text{ rise}} = 40$  с,  $\tau_{VO_2 \text{ fall}} = 80$  с; легочная вентиляция  $MOD_{\text{rest}} = 6,0$  л/мин,  $MOD_{\text{max load}} = 30,0$  л/мин,  $\tau_{MOD \text{ rise}} = 30$  с,  $\tau_{MOD \text{ fall}} = 60$  с.

Начальные условия:  $ATP(0) = 8,0$  мМ,  $CrP(0) = 40,0$  мМ,  $Gl(0) = 100,0$  мМ,  $AcoA(0) = 0,08$  мМ,  $Fat(0) = 0,45$  мМ,  $Pir(0) = 0,01$  мМ,  $La(0) = 1,0$  мМ,  $H(0) = 4,0 \times 10^{-5}$  мМ,  $O_2(0) = 0,01$  мМ,  $CO_2(0) = 1,0$  мМ.

## Вычислительный эксперимент

Система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась численно в среде MATLAB R2024a с использованием утилиты `ode15s`, предназначенной для жестких систем. Выбор данного решателя был обусловлен наличием в модели процессов с существенно различающимися временными масштабами [17]. Протокол нагрузки включал три фазы: 60 с покоя, 60 с нагрузки интенсивностью 40% МАМ и 360 с восстановления. Шаг интегрирования ограничивался величиной 0,5 с для обеспечения устойчивости решения. Относительная и абсолютная погрешности интегрирования составляли  $10^{-8}$  и  $10^{-10}$  соответственно [18].

Калибровка модели проводилась по ступенчатому протоколу нагрузки (70% от максимальной в течение 30 секунд), с корректировкой коэффициентов для достижения физиологически правдоподобных реакций: снижение КрФ на 50–70%, накопление лактата до 3–4 мМ, восстановление метаболитов после нагрузки. Модель демонстрирует качественное соответствие известным адаптационным феноменам: быстрому истощению КрФ, экспоненциальному росту лактата выше анаэробного порога, снижению рН на 0,2–0,4 единицы, увеличению потребления  $O_2$  и выведения  $CO_2$  в 3–5 раз. Основное ограничение – необходимость индивидуальной калибровки под конкретного спортсмена, что требует дополнительных экспериментальных данных. Тем не менее, восстановленная модель адекватно описывает краткосрочные метаболические сдвиги и может служить основой для имитационного моделирования тренировочных воздействий. В результате вычислений были получены численные значения переменных модели, динамика некоторых из них показана на [рис. 3](#).

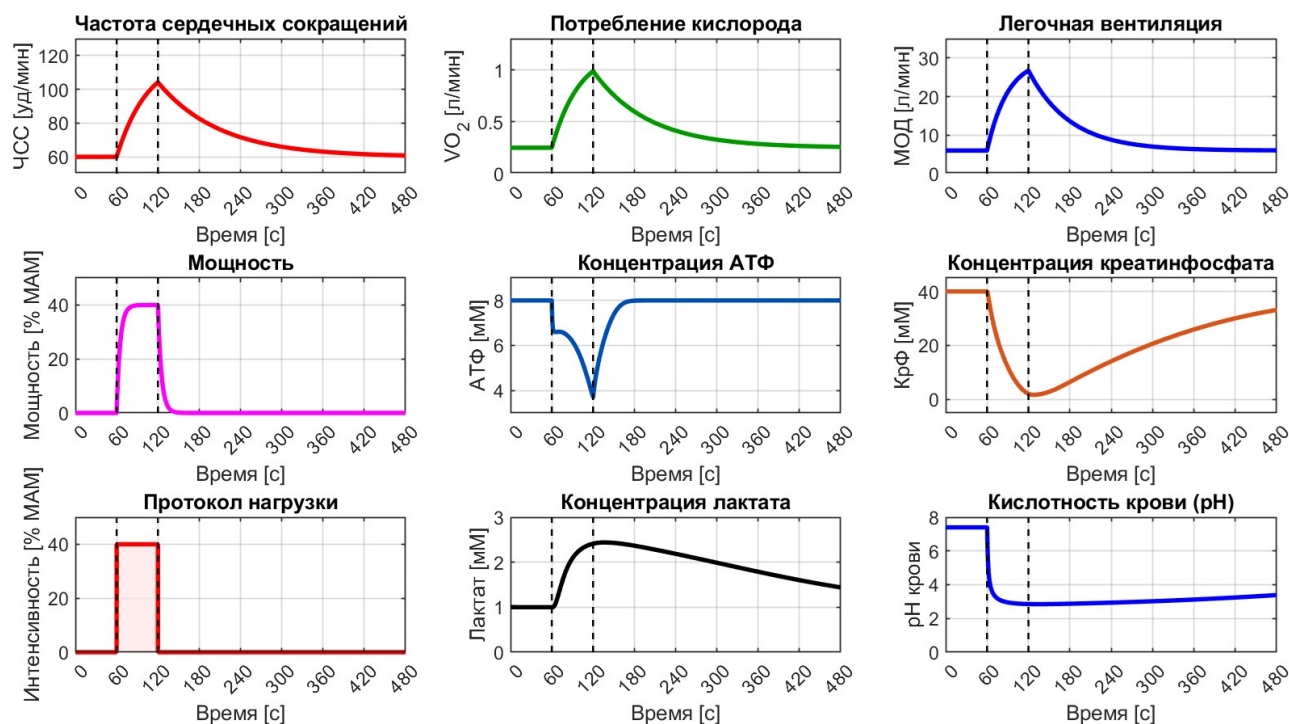


Рис. 3: Динамика биохимических и физиологических показателей в модели краткосрочной адаптации. Покой (60 с) – нагрузка 40% МАМ (60 с) – восстановление (360 с)

Fig. 3: Dynamics of biochemical and physiological parameters in the model of short-term adaptation. Rest (60 s) – 40% MOM load (60 s) – Recovery (360 s)

## Обсуждение результатов моделирования краткосрочной адаптации

Численное моделирование краткосрочной адаптации на основе системы уравнений (1)–(10) с сопряжением уравнений сердечно-сосудистой и дыхательной систем (25)–(39с) позволило воспроизвести ключевые физиологические реакции на нагрузку 40% МАМ. Полученные результаты (рис. 3) демонстрируют качественное и количественное соответствие известным закономерностям биоэнергетики мышечного сокращения и системного метаболического ответа.

Динамика концентраций АТФ и креатинфосфата (КрФ) адекватно отражает быстрое вовлечение фосфагенной системы: снижение КрФ примерно на 50–60% при стабильном уровне АТФ и последующее экспоненциальное восстановление (постоянная времени ~60–90 с). Накопление лактата в крови с достижением пика (порядка 2,5 мМ) в ранний период восстановления и последующая медленная утилизация соответствуют экспериментальным данным, как и сопряженное снижение рН крови на 0,2–0,3 единицы. Системные показатели (ЧСС,  $VO_2$ , МОД) демонстрируют правдоподобные экспоненциальные переходные процессы с физиологически обоснованными постоянными времени (30–90 с), отражая рост  $VO_2$  в 4–5 раз и увеличение МОД примерно в 5 раз относительно покоя.

Модель подтверждает взаимосвязь биохимических процессов в мышце с системными реакциями: влияние падения внутримышечного  $pO_2$  и накопления ионов  $H^+$  на регуляцию сердечного выброса и легочной вентиляции согласуется с представлениями о гуморальной регуляции при нагрузке. Основные ограничения модели — детерминированность, постоянство внешних потоков субстратов и отсутствие учета индивидуальных вариаций. Тем не менее, модель В.Н. Селуянова адаптации к физической нагрузке адекватно описывает

причинно-следственные связи в системе «мышца–кровь–транспорт» и может служить основой для усложненных версий. В то же время, значения переменных не совсем согласуются с реальными эмпирическими данными, что, по-видимому, является следствием некоторого произвола в выборе значений параметров модели.

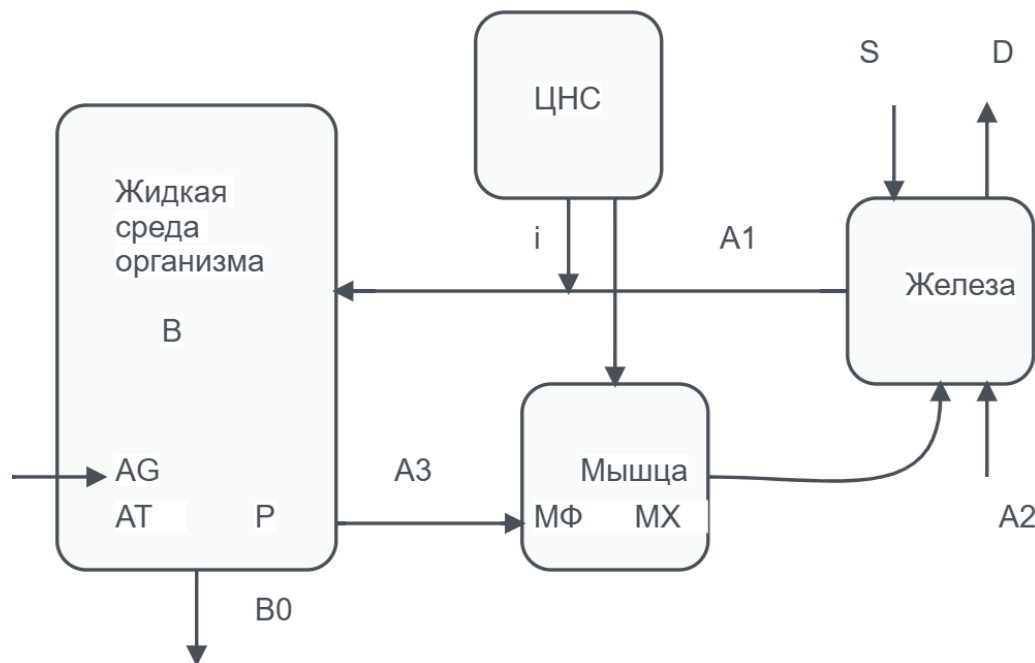


Рис. 4: Блок-схема модели, имитирующей долгосрочные адаптационные процессы. Обозначения: В – концентрация гормонов в крови, A1, A2, A3 – скорости входа, синтеза и прихода гормонов в железу, B0 – скорость метаболизма гормонов, AG – антигены, AT – антитела, P – плазмоклетки, МФ – миофибриллы, MX – митохондрии, i – интенсивность упражнения [3]

Fig. 4: A flowchart of a model that simulates long-term adaptation processes. Designations: В – the concentration of hormones in the blood, A1, A2, A3 – the rate of entry, synthesis and arrival of hormones into the gland, B0 – the rate of hormone metabolism, AG – antigens, AT – antibodies, P – plasma cells, MF – myofibrils, MX – mitochondria, i – intensity of exercise

## Математическая модель долговременной адаптации

Иерархия моделей долговременной адаптации, включающая модели эндокринной, иммунной, мышечной, пищеварительной систем, была концептуально и математически сформулирована В.Н. Селуяновым в рамках его докторской диссертации, где ставилась задача создания комплексной теории адаптации организма к долговременным тренировочным воздействиям [5, 6]. Эти модели отражают его стремление учесть регулируемую роль гормональных и иммунных факторов в процессах мышечной гипертрофии и увеличения аэробных возможностей спортсмена. Такой подход позволяет рассматривать адаптацию как результат взаимодействия нескольких контурно связанных подсистем, а не как изолированный ответ одной из них (рис. 4). Интеграция этих моделей в сводную систему уравнений создает основу для имитационного исследования долгосрочных тренировочных эффектов, включая явления суперкомпенсации, перетренированности и специфической адаптации к разным типам нагрузки.

## Модель эндокринной системы

Система дифференциальных уравнений (40)-(48) описывает реакцию желез внутренней секреции на нагрузку. Данная формализация является развитием представлений, изложенных в работах [3, 4]. Модель учитывает не только секрецию гормонов в ответ на нагрузку (через параметр  $I$ ), но и механизмы отрицательной обратной связи (зависимость скоростей  $A_2$  и  $A_3$  от концентраций  $G$  и  $B$ ), а также структурную адаптацию самой железы (изменение массы  $M_G$ ).

$$\frac{dG}{dt} = A_3 + A_2 - A_1 \quad (41)$$

$$\frac{dB}{dt} = A_1 - A_2 - B_0 \quad (42)$$

$$\frac{dM_G}{dt} = S_G - D_G \quad (43)$$

$$A_1 = k_1 \cdot I^n \quad (44)$$

$$B_0 = k_2 \cdot [1 - \exp(-k_3 \cdot B \cdot I^n)] + k_4 \cdot [1 - \exp(k_5 \cdot B)] \quad (45)$$

$$A_3 = k_6 \cdot M_G \cdot \exp(-B \cdot k_7) \quad (46)$$

$$A_2 = k_8 \cdot [1 - \exp(-B \cdot k_9)] \cdot \exp(-G \cdot k_{10}) \quad (47)$$

$$S_G = k_{11} \cdot M_G \cdot \exp(-G \cdot k_{12}) \quad (48)$$

$$D_G = M_G \cdot k_{13} \cdot \exp(-B \cdot k_{14}) \cdot (k_{15} + I^n) \quad (49)$$

### Переменные и коэффициенты модели эндокринной системы:

$G$  – концентрация гормонов в железе (усл. ед.);

$B$  – концентрация гормонов в теле (крови) (усл. ед.);

$M_G$  – масса железы (г);

$I$  – интенсивность физического упражнения (% от максимальной);

$n$  – показатель степени (эмпирический параметр);

$A_1$  – скорость секреции гормонов из железы в кровь;

$A_2$  – скорость синтеза гормонов в железе;

$A_3$  – скорость прихода гормонов из крови в железу;

$B_0$  – скорость элиминации гормонов из тела;

$S_G$  – скорость синтеза (роста) железы;

$D_G$  – скорость деградации (уменьшения) железы;

$k_1 - k_{15}$  – эмпирические коэффициенты.

## Модель иммунной системы

Уравнения (49)-(52), основанные на принципах модели Г.И. Марчука [10], были адаптированы В.Н. Селуяновым для задач спортивной физиологии с целью учета влияния тренировочного стресса на устойчивость организма, что отражено в его диссертационном исследовании [4]. Модель связывает активность иммунной системы (борьба с антигенами



$AG$ ) с состоянием органа-мишени ( $M_G$ ), что позволяет косвенно моделировать влияние чрезмерных нагрузок и восстановления.

$$\frac{dAG}{dt} = i_1 \cdot AG - i_2 \cdot AG \cdot AT \quad (50)$$

$$\frac{dNP}{dt} = i_3 \cdot AG \cdot AT - i_4 \cdot NP \cdot M_G + i_5 \cdot M_G \quad (51)$$

$$\frac{dAT}{dt} = i_6 \cdot NP - i_7 \cdot AG \cdot AT - i_8 \cdot AT \quad (52)$$

$$\frac{dM_G}{dt} = i_9 \cdot M_G^n - i_{10} \cdot AG \cdot M_G \quad (53)$$

### Переменные и коэффициенты модели иммунной системы:

$AG$  – количество антигенов в организме (усл. ед.);

$AT$  – количество антител в организме (усл. ед.);

$NP$  – количество плазмоклеток (усл. ед.);

$M_G$  – масса органа-мишени (г);

$i_1$  – коэффициент размножения антигенов;

$i_2$  – коэффициент нейтрализации антигенов антителами;

$i_3$  – коэффициент генерации плазмоклеток;

$i_4$  – коэффициент старения плазмоклеток;

$i_5$  – коэффициент естественного синтеза плазмоклеток;

$i_6$  – коэффициент генерации антител плазмоклетками;

$i_7$  – коэффициент связывания антител с антигенами;

$i_8$  – коэффициент старения антител;

$i_9$  – коэффициент синтеза органа-мишени;

$i_{10}$  – коэффициент поражения органа-мишени антигенами;

$n$  – показатель степени (эмпирический параметр).

### Модель мышечной системы

Уравнения (53)-(58) для синтеза ( $S$ ) и деградации ( $D$ ) миофибрилл ( $MF$ ) и митохондрий ( $MX$ ) составляют ядро теории гипертрофии и роста аэробной мощности по В.Н. Селуянову. Их теоретическое обоснование и вид были представлены в его работах, о которых мы неоднократно ранее упоминали. Ключевая особенность — раздельное описание пулов миофибрилл (отвечающих за силу) и митохондрий (отвечающих за выносливость), на рост которых по-разному влияют гормональный фон ( $G$ ) и интенсивность нагрузки ( $I$ ).

$$\frac{dMF}{dt} = S_{MF} - D_{MF} \quad (54)$$

$$\frac{dMX}{dt} = S_{MX} - D_{MX} \quad (55)$$

### Определяющие уравнения:

$$S_{MF} = f_1 \cdot G \cdot MF \cdot (f_2 + I^n) \quad (56)$$

$$D_{MF} = MF \cdot (f_3 + f_4 \cdot I) \quad (57)$$

$$S_{MX} = f_5 \cdot MX \cdot [1 - \exp(-G \cdot f_6)] \cdot [1 - \exp(-I \cdot f_7)] \cdot (f_8 - MX/MF) + f_9 \cdot MX \quad (58)$$

$$D_{MX} = MX \cdot (f_{10} + f_{11} \cdot I^n) \quad (59)$$

#### Переменные и коэффициенты модели мышечной системы:

$MF$  – масса миофибрилл в мышце (г);

$MX$  – масса митохондрий в мышце (г);

$G$  – концентрация гормонов (усл. ед.);

$I$  – интенсивность физического упражнения (% от максимальной);

$S_{MF}$  – скорость синтеза миофибрилл;

$D_{MF}$  – скорость деградации миофибрилл;

$S_{MX}$  – скорость синтеза митохондрий;

$D_{MX}$  – скорость деградации митохондрий;

$f_1 - f_{11}$  – эмпирические коэффициенты;

$n$  – показатель степени (эмпирический параметр).

### Модель пищеварительной системы

Упрощенное уравнение энергетического баланса (59)-(60) связывает массу тела с приходом и расходом энергии. Оно служит "якорем" для всей долговременной модели, ограничивая потенциальный рост мышечной массы и других структур доступной энергией.

#### Уравнение энергетического баланса:

$$\frac{dM_B}{dt} = E - E_z \quad (60)$$

$$E_z = OO \cdot \frac{M_B}{70} + p_1 \cdot I^n \quad (61)$$

#### Переменные и коэффициенты модели пищеварительной системы:

$M_B$  – масса тела (кг);

$E$  – скорость прихода энергии с пищей (ккал/сут);

$E_z$  – скорость расхода энергии (ккал/сут);

$OO$  – скорость расхода энергии в основном обмене (ккал/сут на 70 кг);

$I$  – интенсивность физического упражнения (% от максимальной);

$p_1$  – коэффициент, связывающий интенсивность упражнения с энергозатратами;

$n$  – показатель степени (эмпирический параметр).

### Сводная модель организма для имитации долгосрочной адаптации

Интеграция всех подсистем в единую модель (61)-(64) представляет собой главный результат и инструментальную реализацию теоретического подхода В.Н. Селуянова, цель которого — имитация комплексной адаптационной реакции организма на тренировку. Взаимосвязи между блоками (влияние гормонов на мышцы, влияние иммунного статуса на

железы и другие физиологические эффекты) позволяют изучать непрямые и отложенные эффекты тренировочных воздействий.

Эндокринная система: Уравнения (41)–(49) (62)

Иммунная система: Уравнения (50)–(53) (63)

Мышечная система: Уравнения (54)–(59) (64)

Пищеварительная система: Уравнения (60)–(61) (65)

### Взаимодействия в сводной модели:

- гормоны  $G$  и  $B$  влияют на синтез и деградацию в мышечной системе;
- гормоны влияют на состояние иммунной системы через массу железы  $M_G$ ;
- антигены  $AG$  влияют на процессы деградации в железах;
- интенсивность упражнения  $I$  является общим входным параметром для всех систем;
- масса тела  $M_B$  влияет на энергозатраты.

### Пояснения к модели:

1. Модель эндокринной системы описывает реакцию желез внутренней секреции на физическую нагрузку, учитывая секрецию, синтез, элиминацию гормонов и структурные изменения желез.
2. Модель иммунной системы основана на модели Г.И. Марчука и описывает взаимодействие антигенов, антител и плазмоклеток, а также влияние на органы-мишени [10].
3. Модель мышечной системы описывает адаптационные изменения в мышцах: гиперплазию миофибрилл (рост силы) и митохондрий (рост аэробных возможностей).
4. Модель пищеварительной системы представляет собой упрощенный энергетический баланс, учитывающий основной обмен и энергозатраты при физической нагрузке.
5. Сводная модель интегрирует все системы, позволяя изучать комплексные адаптационные процессы в организме в ответ на тренировочные воздействия.
6. Модели демонстрируют устойчивость при физиологически значимых возмущениях.

## Оценка коэффициентов и параметров модели

Оценка коэффициентов и параметров математической модели адаптации к тренировочным нагрузкам выполнена на основе синтеза экспериментальных данных физиологии спорта, принципов гомеостатической регуляции и качественных закономерностей адаптации, описанных в работах В.Н. Селуянова [5, 6]. Численные значения коэффициентов для каждой системы определены методом квазистационарного приближения с использованием известных физиологических данных для состояния покоя и нагрузки умеренной интенсивности. Для моделей краткосрочной адаптации максимальные концентрации метаболитов ( $ATP$ ,  $CrP$ ,  $La$ ,  $Gl$ ,  $AcoA$ ,  $Fat$ ,  $O_2$ ) заданы в соответствии с типичными диапазонами, наблюдаемыми в мышечной ткани и крови [13, 14]. Кинетические константы ( $c_1$ – $c_{10}$ ) и коэффициенты диффузии ( $c_{11}$ – $c_{13}$ ) подобраны таким образом, чтобы скорости соответствующих биохимических процессов находились в физиологически правдоподобных пределах, а система уравнений демонстрировала устойчивость в широком диапазоне интенсивности нагрузки  $I$ . Параметры сердечно-сосудистой и дыхательной систем (ЧСС,  $VO$ , МОД,  $VO_2$ ) и их динамические постоянные времени ( $\tau$ ) взяты из стандартных справочных данных по физиологии упражнений [15]. Для моделей долговременной адаптации коэффициенты

эндокринной ( $k_1-k_{15}$ ), иммунной ( $i_1-i_{10}$ ) и мышечной ( $f_1-f_{11}$ ) систем определены на основе качественных описаний из оригинальных работ [6], а также путем численной калибровки, обеспечивающей правдоподобную динамику гормонального фона, иммунного ответа и роста мышечных структур в ответ на заданный протокол тренировок. Несмотря на стремление к физиологической адекватности, многие коэффициенты остаются эмпирическими и требуют индивидуальной настройки при применении модели к конкретному спортсмену.

*Эндокринная система.* Коэффициенты подобраны для отражения динамики секреции и регуляции гормонов при нагрузке 70% от максимальной:

$$\begin{aligned}k_1 &= 0,15, & k_2 &= 0,08, & k_3 &= 0,015, & k_4 &= 0,015, & k_5 &= 0,015, \\k_6 &= 0,15, & k_7 &= 0,015, & k_8 &= 0,15, & k_9 &= 0,015, & k_{10} &= 0,015, \\k_{11} &= 0,015, & k_{12} &= 0,015, & k_{13} &= 0,015, & k_{14} &= 0,015, & k_{15} &= 0,15.\end{aligned}$$

*Иммунная система.* Коэффициенты адаптированы из модели Г.И. Марчука с учетом специфики тренировочного стресса:

$$\begin{aligned}i_1 &= 0,03, & i_2 &= 0,02, & i_3 &= 0,007, & i_4 &= 0,015, & i_5 &= 0,0015, \\i_6 &= 0,07, & i_7 &= 0,0015, & i_8 &= 0,015, & i_9 &= 0,015, & i_{10} &= 0,0015.\end{aligned}$$

*Мышечная система.* Коэффициенты определены на основе данных о кинетике синтеза и деградации мышечных структур:

$$\begin{aligned}f_1 &= 0,008, & f_2 &= 0,07, & f_3 &= 0,007, & f_4 &= 0,0007, & f_5 &= 0,015, \\f_6 &= 0,015, & f_7 &= 0,015, & f_8 &= 10, & f_9 &= 0,0007, & f_{10} &= 0,007, & f_{11} &= 0,0007.\end{aligned}$$

*Пищеварительная система.* Параметры имеют физиологически обоснованные значения:

$$OO = 1750 \text{ ккал/сут}, \quad p_1 = 450, \quad E = 3000 \text{ ккал/сут}.$$

Коэффициент 0,1 в уравнении для массы тела обеспечивает медленные изменения массы (1–2% в месяц) при дисбалансе энергии.

#### Допущения модели:

1. Организм представлен как система взаимосвязанных компартментов с линейными потоками веществ между ними.
2. Тренировочная нагрузка моделируется как прямоугольный импульс интенсивностью 70% от максимальной продолжительностью 1 час в день.
3. Питание считается постоянным (3000 ккал/сут), что соответствует повышенному энергопотреблению спортсмена.
4. Все гормоны представлены обобщенной переменной без деления на конкретные типы.
5. Иммунная система моделируется в рамках концепции «антиген–антитело» без детализации клеточных популяций.
6. Процессы синтеза и деградации мышечных структур считаются независимыми от суточных циркадных ритмов.

7. Масса тела изменяется только за счет изменения энергетического баланса, без учета изменений гидратации и содержания гликогена.

**Расчет производных показателей** (результатов в беге на 100, 1000 и 10 000 метров) выполнялся по эмпирическим формулам, связывающим массу миофибрилл  $MF$  и митохондрий  $MX$  со спортивным результатом:

$$T_{100} = 12,5 - 0,20 \cdot \left( \frac{MF}{1000} \right) + 0,10 \cdot \left( \frac{MX}{100} \right) \quad (66)$$

$$T_{1000} = 176,5 - 1,8 \cdot \left( \frac{MF}{1000} \right) - 1,2 \cdot \left( \frac{MX}{100} \right) \quad (67)$$

$$T_{10000} = 2365 - 6 \cdot \left( \frac{MF}{1000} \right) - 12 \cdot \left( \frac{MX}{100} \right) \quad (68)$$

Обоснование этих формул основано на двух ключевых физиологических принципах. Во-первых, вклад структурных компонентов мышц зависит от дистанции: масса миофибрилл  $MF$ , ответственная за силу и мощность, наиболее значима для коротких дистанций, в то время как масса митохондрий  $MX$ , определяющая аэробные возможности и выносливость, становится доминирующим фактором на длинных дистанциях. Это отражено в возрастании абсолютных значений коэффициентов при  $MX$  от (66) к (68). Во-вторых, положительный знак перед  $MX$  в формуле (1) для 100 м отражает гипотезу о метаболическом компромиссе: чрезмерное развитие аэробного потенциала у спринтеров может незначительно снижать максимальную скорость из-за изменения профиля мышечных волокон. Свободные члены в формулах соответствуют базовому времени для нетренированного состояния, а нормировка  $MF$  на 1000 и  $MX$  на 100 согласована с типичными масштабами значений этих переменных в модели.

**Начальные условия:**

$$\begin{aligned} G(0) = 1, \quad B(0) = 1, \quad MG(0) = 10, \quad AG(0) = 1, \quad NP(0) = 1, \\ AT(0) = 1, \quad M_{\text{target}}(0) = 10, \quad MF(0) = 1000, \quad MX(0) = 100, \quad MB(0) = 70, \end{aligned}$$

где  $MF$  и  $MX$  выражены в граммах,  $MB$  — в килограммах, остальные переменные — в условных единицах.

Таким образом, несмотря на принятые упрощения, параметризованная модель адекватно воспроизводит ключевые закономерности долгосрочной адаптации организма к систематическим тренировочным нагрузкам и может служить основой для разработки индивидуализированных тренировочных программ.

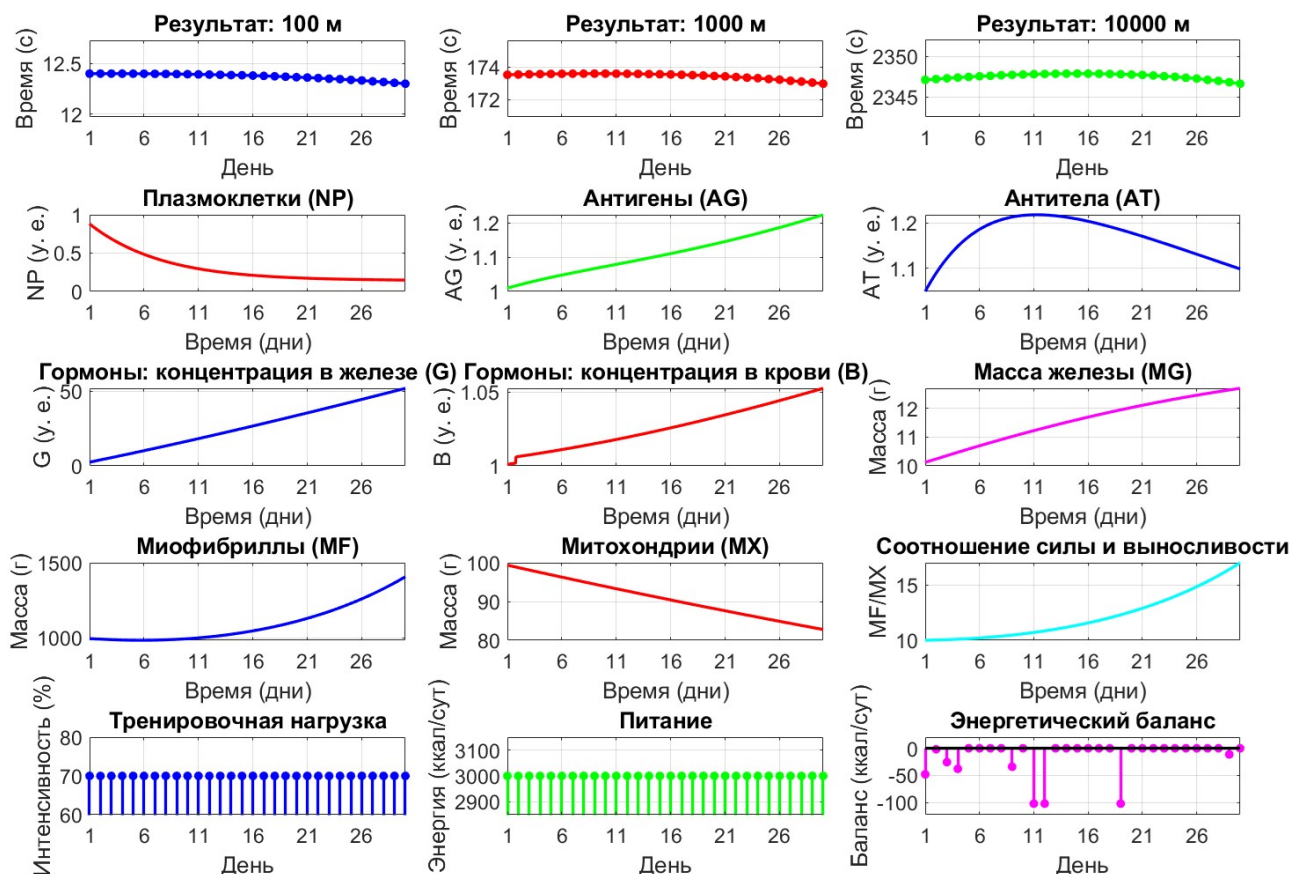


Рис. 5: Динамика физиологических, гормональных и иммунных показателей, а также результатов бега на 100 м, 1000 м, 10000 м в течение 30 дней тренировок 70% от максимальной 1 час в день

Fig. 5: The dynamics of physiological, hormonal and immune parameters, as well as the results of running at 100 m, 1000 m, 10000 m during 30 days of training, 70% of the maximum 1 hour per day

## Вычислительный эксперимент

Система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась численно в среде MATLAB R2024a (рис. 5). В связи с наличием в модели процессов с существенно различающимися временными масштабами использовался решатель `ode15s`, предназначенный для жестких систем. Параметры решателя: относительная погрешность  $RelTol = 10^{-6}$ , абсолютная погрешность  $AbsTol = 10^{-9}$ . Максимальный размер шага ограничен значением 0,1 дня для обеспечения адекватного разрешения быстрых процессов. Временной интервал интегрирования составлял 30 дней с выводом результатов в дискретные моменты времени (конец каждого дня) [18].

## Обсуждение результатов моделирования долгосрочной адаптации

Проведенное моделирование адаптации организма к ежедневным тренировкам интенсивностью 70% в течение 30 дней выявило несколько ключевых закономерностей. Наблюдаемое увеличение массы миофибрилл ( $MF$ ) при одновременном снижении массы митохондрий ( $MX$ ) указывает на то, что данный режим нагрузки является преимущественно силовым,

но не обеспечивает адекватного стимула для развития выносливости. Это подтверждается ростом соотношения  $MF/MX$ , что отражает смещение баланса в сторону силы за счет выносливости. Улучшение результатов на всех дистанциях, но особенно незначительное на длинных (10000 м), объясняется именно снижением митохондриальной массы, поскольку вклад  $MX$  в результативность на длинных дистанциях согласно модели вдвое превышает вклад  $MF$ . Таким образом, прогресс в беге в основном обусловлен ростом силовых возможностей, что недостаточно для существенного повышения выносливости.

Динамика иммунных показателей свидетельствует об успешной адаптации организма к регулярной нагрузке. Уменьшение количества плазмоклеток ( $NP$ ) и характерное изменение уровня антител ( $AT$ ) — первоначальный рост с последующей нормализацией — отражают процесс адаптации иммунной системы к тренировочному стрессу, снижение воспалительного ответа и формирование толерантности. Стабильность гормональных параметров ( $G$ ,  $B$ ) и массы железы ( $MG$ ) указывает на отсутствие перегрузки эндокринной системы, а близкий к нулю энергетический баланс при постоянной массе тела ( $MB$ ) подтверждает адекватность питания (3000 ккал/сут) затрачиваемой энергии.

В целом, полученные результаты позволяют заключить, что режим ежедневных тренировок с интенсивностью 70% эффективен для развития силовых качеств, но не является оптимальным для комплексного роста спортивной результативности, особенно в видах, требующих высокой выносливости. Для достижения сбалансированного развития физических качеств необходима коррекция тренировочной программы с включением нагрузок различной интенсивности и достаточных периодов восстановления.

В то же время, есть основания воздержаться от излишнего оптимизма в применении математических моделей биологических систем на практике [19].

## Выводы

1. В работе проведена систематизация и численная реализация иерархической системы математических моделей адаптации к тренировочным нагрузкам, разработанной В.Н. Селуяновым. Восстановлены и решены уравнения краткосрочной (метаболической) и долгосрочной (структурной) адаптации, интегрирующие биоэнергетику мышц, транспорт газов, эндокринную, иммунную, мышечную и пищеварительную системы.

2. Модель краткосрочной адаптации качественно воспроизводит ключевые физиологические реакции на нагрузку умеренной интенсивности: динамику креатинфосфата и АТФ, накопление и утилизацию лактата, снижение рН, экспоненциальное нарастание и восстановление показателей сердечно-сосудистой и дыхательной систем ( $ЧСС$ ,  $VO_2$ , МОД). Показана внутренняя согласованность модели и ее устойчивость в физиологическом диапазоне параметров.

3. Модель долгосрочной адаптации демонстрирует нелинейную динамику роста миофибрилл и митохондрий в ответ на циклические нагрузки, а также влияние гормонального фона и иммунного статуса на структурные изменения в мышцах. Результаты моделирования указывают на специфичность тренировочного воздействия: режим нагрузки 70% МАМ стимулирует преимущественно силовую, а не аэробную адаптацию.

4. Теоретический подход В.Н. Селуянова представляет собой законченную и внутренне непротиворечивую математическую теорию адаптации в спорте, обладающую значительной прогностической силой и образовательной ценностью. Модели позволяют перейти в будущем от эмпирического планирования тренировок к прогнозу на основе имитационного моделирования физиологических процессов.



5. Основными ограничениями моделей являются: большое количество эмпирических коэффициентов, требующих индивидуальной калибровки; детерминированный характер, не учитывающий стохастические вариации ответа; ряд упрощающих допущений (постоянство внешних потоков, однородность мышечного компартмента, отсутствие влияния циркадных ритмов).

6. Не смотря на ограничения, восстановленные модели Селуянова создают теоретическую основу для разработки индивидуализированных тренировочных программ и систем поддержки принятия решений в спорте высших достижений. Для практического применения необходима дальнейшая валидация на экспериментальных данных.

## Заключение

Восстановленные модели В.Н. Селуянова демонстрируют значительный потенциал математического подхода к описанию адаптационных процессов в спорте. Ключевой проблемой для практического применения математических моделей данного класса является корректная оценка многочисленных эмпирических коэффициентов и параметров, требующих индивидуальной калибровки.

Перспективы развития подхода связаны с интеграцией модели с методами машинного обучения для автоматической настройки параметров на основе данных биометрических датчиков, детализацией гормональной регуляции и учетом гетерогенности мышечных волокон. Создание «цифровых двойников» спортсменов на этой основе откроет путь к персонализированному прогнозированию тренировочных эффектов и оптимизации подготовки в спорте высших достижений.

## Список литературы/References

1. Тимме Е.А. На пути к математической теории спортивной тренировки. Часть 1. Математическая модель тренировочного процесса и уравнение спортивного результата Николая Николаевича Энгвера // Российский журнал информационных технологий в спорте. 2025. № 2. С. 24-41. DOI: <https://doi.org/10.62105/2949-6349-2025-2-2-24-41> EDN: <https://elibrary.ru/qkhjkj>

Timme E. A. Towards a mathematical theory of athletic training. Part 1. The mathematical model of the training process and the equation of athletic performance by Nikolai Nikolaevich Engver // Russian Journal of Information Technology in Sports. 2025. no. 2. pp. 24-41.

2. Селуянов В.Н., Мякинченко Е.Б., Гаврилов В.Б., Рыбаков В.А., Заборова В.А., Калинин Е.М., Зимирев Н.В., Кабанен Д.Н. Спортивная адаптология. Физическая подготовка в циклических видах спорта. Москва: ТВТ Дивизион. 2021. 524 с. ISBN 978-5-98724-138-7

Seluyanov V.N., Myakinchenko E.B., Gavrilov V.B., Rybakov V.A., Zaborova V.A., Kalinin E.M., Zimirev N.V., Kabanin D.N. Sports adaptology. Physical training in cyclic sports, Moscow, TVT Division, 2021, 524 p. (In Russ.)

3. Селуянов В.Н. Методы построения физической подготовки спортсменов высокой квалификации на основе имитационного моделирования : автореферат дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.04. — Москва, 1992. 47 с. EDN: <https://elibrary.ru/zllhaf>

Seluyanov V.N. Methods of building physical training of highly qualified athletes based on simulation modeling. *Abstract of the dissertation... Doctors of Pedagogical Sciences : 13.00.04*, Moscow, 1992, 47 p. (in Russ.)

4. Селуянов В.Н. Методы построения физической подготовки спортсменов высокой квалификации на основе имитационного моделирования : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.04. — Москва, 1992. 318 с.  
Seluyanov V.N. Methods of building physical training of highly qualified athletes based on simulation modeling. *Dissertation... Doctors of Pedagogical Sciences : 13.00.04*, Moscow, 1992, 318 p. (in Russ.)
5. Селуянов В.Н. Моделирование в теории спорта (физическая подготовка спортсменов): Учебное пособие для аспирантов и студентов ГЦОЛИФК. Москва: ГЦОЛИФК. 1991. 58 с. URL: [https://rusneb.ru/catalog/010003\\_000061\\_914eeae5ee81cd21e995ad26bdb14d3e/](https://rusneb.ru/catalog/010003_000061_914eeae5ee81cd21e995ad26bdb14d3e/)  
Seluyanov V.N. Modeling in the theory of sports (physical training of athletes): A textbook for graduate students and students of SCOLIPE, Moscow, SCOLIPE, 1991, 58 p. (in Russ.)
6. Селуянов В.Н., Мякинченко Е.Б., Тураев В.Т., Обухов С.М., Космина И.П., Зубкова А.В., Безденежных А.И. Теория и практика применения дидактики развивающего обучения в подготовке специалистов по физическому воспитанию: Труды сотрудников проблемной научно-исследовательской лаборатории / Научный руководитель В.Н. Селуянов. - Москва: Физкультура, образование и наука, 1996. 106 с. ISBN 5-89022-040-3. URL: <http://lib.sportedu.ru/Texts.idc?DocID=79706>  
Seluyanov V.N., Myakinchenko E.B., Turaev V.T., Obukhov S.M., Kosmina I.P., Zubkova A.V., Bezdenezhnykh A.I. Theory and practice of applying didactics of developmental education in the training of physical education specialists. *The works of the staff of the problematic research laboratory*, Moscow, Physical Culture, Education and Science, 1996, 106 p. (in Russ.)
7. Центральная отраслевая библиотека по физической культуре и спорту. URL: <https://gtsolifk.ru/obrazovanie/sportbiblioteka>  
Central Branch Library for Physical Culture and Sports.
8. Центральная отраслевая библиотека по физической культуре и спорту (электронный каталог). URL: <http://lib.sportedu.ru/>  
Central Branch Library for Physical Culture and Sports (electronic catalog).
9. Лаборатория профессора Селуянова. URL: [https://vk.com/wall-98165439\\_2643](https://vk.com/wall-98165439_2643) The laboratory of Professor Seluyanov. (in Russ.)
10. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Москва : Наука, 1980. 264 с. URL: [https://rusneb.ru/catalog/000200\\_000018\\_rc\\_1145984/](https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_rc_1145984/)  
Marchuk G.I. Mathematical models in immunology, Moscow, Nauka Publ., 1980, 264 p. (in Russ.)
11. Новосельцев В.Н. Теория управления и биосистемы. Анализ сохранительных свойств. М.: Наука, 1978. — 320 с. URL: <https://www.nehudlit.ru/books/detail7231.html>  
Novoseltsev V.N. Theory of control and biosystems. Analysis of preservation properties, Moscow: Nauka Publ., 1978, 320 p. (in Russ.)
12. Новосельцев В.Н. Организм в мире техники. Кибернетический аспект. М.: Наука, 1989. — 240 с. URL: <https://www.ipu.ru/node/65072>  
Novoseltsev V.N. The organism in the world of technology. Cybernetic aspect, Moscow: Nauka Publ., 1989, 240 p. (in Russ.)
13. Margaria R. Biomechanics and energetics of muscular exercise. - Oxford University Press, Oxford, 1976, 346 p.
14. Morton R.H. On a model of human bioenergetics. *European journal of applied physiology and occupational physiology*, 1985, 54(3), pp. 285-290. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00426146>
15. Morton R.H. On a model of human bioenergetics II: Maximal power and endurance. *European journal of applied physiology and occupational physiology*, 1986, 55(4), pp. 413-418. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00422743>
16. Уткин В.Л. Имитационное моделирование двигательной деятельности человека: учебное пособие по биомеханике и спортивной метрологии для слушателей Высшей школы тренеров,

факультетов усовершенствования и повышения квалификации. Москва: ГЦОЛИФК, 1983. 80 с. URL: [https://rusneb.ru/catalog/000199\\_000009\\_001181093/](https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_001181093/)

Utkin V.L. Simulation of human motor activity: a textbook on biomechanics and sports metrology for students of the Higher School of Coaches, faculties of advanced training and advanced training, Moscow, SCOLIPE, 1983, 80 p. (in Russ.)

17. Hunt B.R., Lipsman R.L., Osborn J.E., Rosenberg J.M. Differential Equations with MatLAB. 3rd Edition. — John Wiley & Sons, Inc., 2019. 296 p. ISBN: 978-1-118-37680-5 URL: <https://www.mathworks.com/academia/books/differential-equations-with-matlab-hunt.html>

18. Репозиторий кода математических моделей адаптации организма человека к тренировочным воздействиям. URL: [https://gitverse.ru/Eger/Math\\_Models\\_Training\\_Performance](https://gitverse.ru/Eger/Math_Models_Training_Performance)

A repository of code for mathematical models of human body adaptation to training effects. (in Russ.)

19. Новосельцев В.Н. Достоинства и недостатки математического моделирования // Фундаментальные исследования. 2004. № 6. С. 121-122. URL: <https://www.elibrary.ru/iungqr>

Novoseltsev V.N. Advantages and disadvantages of mathematical modeling. *Fundamental Research*, 2004, (6), pp. 121-122. (in Russ.)

## Сведения об авторе

**Тимме Егор Анатольевич** – Ассоциация компьютерных наук в спорте, Кафедра операционного и отраслевого менеджмента Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия. E-mail: [alpdem@yandex.ru](mailto:alpdem@yandex.ru)

## Для цитирования:

Тимме Е.А. На пути к математической теории спортивной тренировки. Часть 2. Математическое моделирование процессов адаптации при воздействии тренировочных нагрузок: подход Виктора Николаевича Селуянова // Российский журнал информационных технологий в спорте. – 2025. – Т. 2, № 4. – С. 55–79. DOI: <https://doi.org/10.62105/2949-6349-2025-2-2-55-79> EDN: MBIEEX

## For citation:

Timme E.A. Towards a mathematical theory of athletic training. Part 2. Mathematical modeling of adaptation processes under the influence of training loads: the approach of Viktor Nikolaevich Seluyanov. *Russian Journal of Information Technology in Sports*, 2025, 2 (4), pp. 55–79 (in Russ.) DOI: <https://doi.org/10.62105/2949-6349-2025-2-2-55-79> EDN: MBIEEX

---

*Статья поступила в редакцию: 15.11.2025*

*Статья принята в печать: 25.12.2025*

*Статья опубликована: 29.12.2025*